樹脂流動解析による金型設計および成形技術の高度化に関する研究

生産技術部
中野太郎　田中徹

本研究は，金型設計技術および成形技術の高度化を目的とし，樹脂流動解析を駆使した効率的な製品開発支援により，成形品の高品質化・低コスト化を短期間に達成する最適化手法を開発するものである．本年度は，樹脂材料の充填状態に関わる樹脂流動解析精度を向上させるため，樹脂物性パラメータのチューニング法について検討した．その結果，Chebyshev の直交多項式を適用した応答曲面モデルを利用することで，射出成形品重量の予測精度を向上させることができた．

1. はじめに

プラスチック関連産業における生産活動のグローバル化に伴い，国内外における市場競争は激しさを増し，製品開発期間の短縮と製品コストの大幅な削減が求められている．このような厳しい受注環境の中，品質・コスト両面の競争力を向上させることが緊急課題となっており，製品開発の期間短縮や成形不良の問題解決に寄与するものとして，樹脂流動解析の適用が拡大している．

樹脂流動解析技術は近年めざましい発展を遂げ，金型設計など製品開発の初期段階から積極的に利用されるようになってきたが，実際に高い精度で事前予測を行うには，複数の実験における実測結果とシミュレーション結果が一致するよう，様々な設計因子を微調整して解析結果を合わせ込む必要がある．

しかしながら，これらの調整に用いる因子（以下，フィッティングパラメータとする）の選定や実際の調整作業には専門的な知識が要求される [1] ため，高度な技術やノウハウを有する解析技術者でなければ，樹脂流動解析システムを十分に使いこなすことができないのが現状である．

そこで，経験の少ないオペレータでも樹脂流動解析結果と実験計測結果の整合性を向上させる最適な合わせ込みを容易に達成できるよう，特殊なスキルを必要としない，標準化された樹脂物性パラメータチューニング手法の開発を行う．

本年度は，充填・保圧工程における樹脂流動解析精度を向上させるため，溶融樹脂材料の圧力 (P)・比容積 (V)・温度 (T) の相互関係を示す PVT 特性に着目し，その物性値に関わるフィッティングパラメータのチューニング方法について検討した．

2. 応答曲面法の利用

樹脂流動解析結果とその結果に影響を与えるフィッティングパラメータの関係を数式化するために応答曲面法を利用する．応答曲面とは n 個の予測変数 $x_i(i=1\cdots n)$ から推定される応答 y の関係を近似式で表現したものである [2,3]．

回帰係数を β とし，2 次多項式を応答関数とした場合，応答曲面式は式 (1) で与えられる．

$$y=\beta_0+\sum_{i=1}^{n}\beta_i x_i+\sum_{i=1}^{n}\beta_{ii}x_i^2+\sum_{i<j}^{n}\beta_{ij}x_i x_j \qquad (1)$$

未知の係数 β は，回帰分析により最小二乗法を用いて求めることができる．回帰係数 β の推定に用いる実験点の総数を n，説明変数の数を k，誤差を ϵ とすると，その回帰モデルは行列表示で式 (2) となる．

$$\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{X\beta}+\boldsymbol{\epsilon} \qquad (2)$$

$$\boldsymbol{Y}=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{X}=\begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ 1 & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\beta}=\begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\epsilon}=\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \vdots \\ \epsilon_n \end{bmatrix}$$

ここで，$\boldsymbol{Y}$ は応答値ベクトル，$\boldsymbol{X}$ は測定点による行列，$\boldsymbol{\beta}$ は回帰係数ベクトル，$\boldsymbol{\epsilon}$ は誤差ベクトルである．誤差の 2 乗和 S を式 (3) とし，

$$S=\boldsymbol{\epsilon}^T\boldsymbol{\epsilon}=(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X\beta})^T(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{X\beta}) \qquad (3)$$

β の推定値を K とすると，S の K に関する停留条件から以下の式 (4) が導かれる．

$$\begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \boldsymbol{K}} &= -2\boldsymbol{X}^T(\boldsymbol{Y}-\boldsymbol{XK})=0 \\ \boldsymbol{K} &= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{Y} \end{aligned} \qquad (4)$$

このとき，推定値 K の分散共分散行列は式 (5) になる．

$$
\begin{aligned}
V(\boldsymbol{K}) &= E[(\boldsymbol{K}-E[\boldsymbol{K}])(\boldsymbol{K}-E[\boldsymbol{K}])^T] \\
&= E[(\boldsymbol{K}-\boldsymbol{\beta})(\boldsymbol{K}-\boldsymbol{\beta})^T] \\
&= E[((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\epsilon})((\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{\epsilon})^T] \\
&= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T E[\boldsymbol{\epsilon}\boldsymbol{\epsilon}^T]\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1} \\
&= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}^T(\sigma^2\boldsymbol{I})\boldsymbol{X}(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1} \\
&= (\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}\sigma^2 \qquad (5)
\end{aligned}
$$

σ^2 は応答 y の誤差分散である．

式 (5) より，回帰係数の分散を小さくするには，$(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$ の対角成分を小さくすれば良いことが分かる．σ^2 が観測値の誤差に依存するのに対し，$(\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X})^{-1}$ は実験点に起因する行列であるため，実験の組み合わせを工夫することで回帰係数分散を最小化することができる．

本研究では，$\boldsymbol{X}^T\boldsymbol{X}$ を対角行列化するために，L27 直交表を利用することにした．ただし，単純な多項式を回帰モデルに用いた場合，直交表を用いても直交実験とはならない．そこで，Chebyshev の直交多項式を回帰モデルに用い，本実験計画が直交実験となるよう配慮した．因子が A と B の 2 つで等間隔水準区間の場合，Chebyshev の直交関数は式 (6) となる[4–6]．

$$
\begin{aligned}
y = \; & K_{00} + K_{10}(A-A_m) + K_{01}(B-B_m)) \\
& +K_{11}(A-A_m)(B-B_m) \\
& +K_{20}\left((A-A_m)^2 - \frac{(a^2-1)h_A^2}{12}\right) \\
& +K_{02}\left((B-B_m)^2 - \frac{(b^2-1)h_B^2}{12}\right) \\
& +K_{21}\left((A-A_m)^2 - \frac{(a^2-1)h_A^2}{12}\right)(B-B_m) \\
& +K_{12}(A-A_m) \\
& \qquad \left((B-B_m)^2 - \frac{(b^2-1)h_B^2}{12}\right) + \cdots \qquad (6)
\end{aligned}
$$

y	：特性値
A, B	：因子（パラメーター）
A_m, B_m	：各因子の水準平均
a, b	：各因子の水準数
h_a, h_b	：各因子の水準間隔
K_{**}	：多項式係数

(K_{00} は全データの平均値)

3. 実験方法

3.1 評価方法

樹脂流動解析結果と実測値との差が小さくなるよう，フィッティングパラメータの調整を行い解析精度の向上を図る．その際，実測値との整合性を検証する指標として成型品の重量を採用した. 実際に成形した成型品重量と樹脂流動解析で算出した予測重量を比較し，その重量差を特性値として評価する．

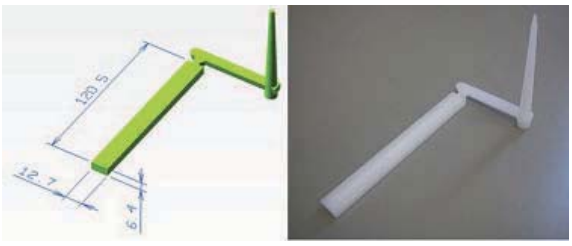

図 1　作成したテストピース

表 1　樹脂流動解析条件

樹脂流動解析ソフト ワークステーション	Autodesk 社 MoldflowInsight2011 HP 社 (Windows7 64bit)
解析順序	充填＋保圧
樹脂材料	SA 社製 ポリプロピレン
金型温度	45 ℃
樹脂温度	210 ℃
保圧／保持制御	15MPa - 10sec
冷却時間	15sec
メッシュタイプ	3D メッシュ
グローバルエッジ長	2mm
要素数	53498 個

3.2 テストピースの作成

射出成型機（日精樹脂工業株式会社製 NEX2000，平成 16 年度日本自転車振興会補助）を用いてテストピースを作成した. 樹脂材料には SA 社製のポリプロピレンを用いた．

成形したテストピース形状を図 1 に示す. 合計 50 個のサンプルを作成し，その中から抜き取った 10 個の成形品の重量を測定したところ，テストピースの平均重量は 7.8585g(標準偏差 0.0210g) であった．

3.3 樹脂流動解析

解析ソフトウェア MoldflowInsight2011（Autodesk 社製，平成 22 年度電源立地地域交付金補助）を用いて樹脂流動解析を実施する. 解析条件は実際に成形したテストピースの射出成形条件に合わせて設定した. 解析条件の詳細を表 1 に示す．

3.4 フィッティングパラメータの選定

射出成形機を用いた一般的な成形工程の初期段階において，溶融樹脂は金型内に注入され，金型キャビティ空間内に樹脂が充填される（充填工程）．その後，溶融樹脂の冷却に伴い充填された樹脂が収縮するので，その収縮を補填するために溶融樹脂を圧縮して押し込む工程に移行する（保圧工程）．

射出成形に使用される溶融樹脂材料は，温度や圧

力に対して比容積が変化する粘弾性体であるため，成形の過程において樹脂材料の密度は常に変動している．充填や補填に必要な溶融樹脂量は，工程中の圧力・樹脂温度等に強く影響を受けることになるため，射出成形における流動現象を高精度に解析するためには，樹脂材料の密度や圧縮性に関わる精度の高い物性値データが必要になる．

そこで樹脂の圧縮性を示す状態方程式である PVT 特性に着目し，フィッティングパラメータの調整を行うことにした．樹脂の物性値データを高精度化することで，充填および保圧工程における解析精度が向上し，より高い精度で充填される樹脂重量を予測できるようになると考えられる．

MoldflowInsight2011 において，圧力 P，比容積 V，温度 T の関係を示す PVT 特性は，式 (7) で示す Teit 式と呼ばれる近似式でフィッティングして計算に用いられる．

$$V = V_0\{1 - C\ln(1 + \frac{P}{B})\} + V_1 \qquad (7)$$

ここで，$V_0 = b_1 + b_2(T - b_5)$，$B = b_3\exp\{-b_4(T - b_5)\}$，$V_1 = b_6\exp\{b_7(T - b_5) + b_8P\}$，$C$ は定数，b_1 ～b_8 は樹脂毎に異なるデータフィッティング係数である．これらの係数の中から，樹脂の充填重量に大きな影響を与える 4 つの係数 (b_1, b_2, b_4, b_5) をとりあげ，解析精度を向上させるためのフィッティングパラメータとして利用することにした．また，データ解析結果から得られる成形品重量の推定式が 2 次近似式となるよう，各パラメータの水準数は 3 水準とした．

表 2　フィッティングパラメータの水準表

水準＼因子	b_1 $[m^3/kg]$	b_2 $[m^3/kg{\cdot}k]$	b_4 $[1/k]$	b_5 $[k]$
1	1.220E-03	8.313E-07	4.750E-03	440
2	1.250E-03	8.750E-07	5.000E-03	450
3	1.280E-03	9.188E-07	5.250E-03	460

水準表を表 2 に示す．現行の設定値を第 2 水準に取り，水準幅は等間隔に設定した．

3.5 実験計画

特性値（成形品の計量値と樹脂流動解析結果の重量誤差）に対するフィッティングパラメータの影響度を効率的に解析するために，L27 直交表に割り付けて解析試験を行う．フィッティングパラメータを割り付けた直交表を表 3 に示す．

直交表に従ったパラメータ値の組み合わせにより，27 パターンの PVT 特性の近似式が作成される．これらの物性値データを用いて樹脂流動解析を実施し，フィティングパラメータの影響度を分析する．その際，回帰モデルとして Chebyshev の直交多項式を適用した．

表 3　フィティングパラメータを割り付けた L27 直交表

	Factor												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
No.	b1	b2	b1*b2	b1*b2	b4	b1*b4	b1*b4	b2*b4	b5	e	b2*b4	e	e
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3
4	1	2	2	2	1	1	1	2	2	2	3	3	3
5	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3	1	1	1
6	1	2	2	2	3	3	3	1	1	1	2	2	2
7	1	3	3	3	1	1	1	3	3	3	2	2	2
8	1	3	3	3	2	2	2	1	1	1	3	3	3
9	1	3	3	3	3	3	3	2	2	2	1	1	1
10	2	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
11	2	1	2	3	2	3	1	2	3	1	2	3	1
12	2	1	2	3	3	1	2	3	1	2	3	1	2
13	2	2	3	1	1	2	3	2	3	1	3	1	2
14	2	2	3	1	2	3	1	3	1	2	1	2	3
15	2	2	3	1	3	1	2	1	2	3	2	3	1
16	2	3	1	2	1	2	3	3	1	2	2	3	1
17	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3	3	1	2
18	2	3	1	2	3	1	2	2	3	1	1	2	3
19	3	1	3	2	1	3	2	1	3	2	1	3	2
20	3	1	3	2	2	1	3	2	1	3	2	1	3
21	3	1	3	2	3	2	1	3	2	1	3	2	1
22	3	2	1	3	1	3	2	2	1	3	3	2	1
23	3	2	1	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2
24	3	2	1	3	3	2	1	1	3	2	2	1	3
25	3	3	2	1	1	3	2	3	2	1	2	1	3
26	3	3	2	1	2	1	3	1	3	2	3	2	1
27	3	3	2	1	3	2	1	2	1	3	1	3	2

4. 結果および考察

4.1 分散分析と応答曲面推定式の作成

実験計画により得られる 27 個の樹脂流動解析結果を用いて，フィッティングパラメータの影響度を解析する分散分析を行った．分散分析表を表 4 に示す．表 4 の中で因子名についている下付きの 1，2 という数字はそれぞれ 1 次成分，2 次成分を示している．また，F 値に付いている $**$，$*$ は，それぞれ有意水準 1 %，5 %で有意差があることを示している．なお，寄与が小さい因子は誤差項にプールした．

分散分析において有意差が認められた因子および次数成分を用いて応答曲面推定式を作成した．成形品重量 $W(g)$ の推定式は式 (8) となる．

$$
\begin{aligned}
W \quad = \quad & 0.2075 - 6706(b_1 - 0.00125) \\
& -142700(b_2 - 0.000000875) \\
& +0.005289(b_5 - 450) \\
& +6662000000(b_1 - 0.001250) \\
& \{(b_4 - 0.005)^2 - 0.00000004167\} \quad (8)
\end{aligned}
$$

樹脂流動解析結果と式 (8) により推定される成形品重量を図 2 に示す．一部相違がみられるが，式 (8) で示される応答曲面推定式により，高い精度で樹脂流動解析結果を予測できていることがわかる．

4.2 フィッティングパラメータのチューニング

このように，本来であれば特性値の推定には膨大な計算量を伴う樹脂流動解析が必要であるが，応答曲面法を利用することで簡単な二次多項式に置き換えることができる．二次多項式で表される推定式は，

表 4　分散分析表

Factor	Sum of square	Degree of freedom	Variance	F Ratio
$b_{1\ 1}$	7.286E-01	1	7.286E-01	5550.64 **
$b_{1\ 2}$	2.940E-06	0	-	-
$b_{2\ 1}$	7.019E-04	1	7.019E-04	5.35 *
$b_{2\ 2}$	3.315E-04	1	3.315E-04	2.53
$b_{4\ 1}$	1.233E-05	0	-	-
$b_{4\ 2}$	4.774E-04	1	4.774E-04	3.63
$b_{5\ 1}$	5.036E-02	1	5.036E-02	383.67 **
$b_{5\ 2}$	5.097E-04	1	5.097E-04	3.88
$b_{1\ 1} \times b_{2\ 1}$	2.708E-06	0	-	-
$b_{1\ 1} \times b_{2\ 2}$	4.921E-04	1	4.921E-04	3.75
$b_{1\ 2} \times b_{2\ 1}$	4.669E-07	0	-	-
$b_{1\ 2} \times b_{2\ 2}$	1.463E-04	1	1.463E-04	1.11
$b_{1\ 1} \times b_{4\ 1}$	5.201E-06	0	-	-
$b_{1\ 1} \times b_{4\ 2}$	6.242E-04	1	6.242E-04	4.76 *
$b_{1\ 2} \times b_{4\ 1}$	2.618E-05	1	2.618E-05	0.20
$b_{1\ 2} \times b_{4\ 2}$	1.435E-04	1	1.435E-04	1.09
$b_{2\ 1} \times b_{4\ 1}$	1.470E-06	0	-	-
$b_{2\ 1} \times b_{4\ 2}$	6.834E-05	1	6.834E-05	0.52
$b_{2\ 2} \times b_{4\ 1}$	1.627E-05	1	1.627E-05	0.12
$b_{2\ 2} \times b_{4\ 2}$	5.070E-04	1	5.070E-04	3.86
error	1.575E-03	12	1.313E-04	
total	7.846E-01	26		

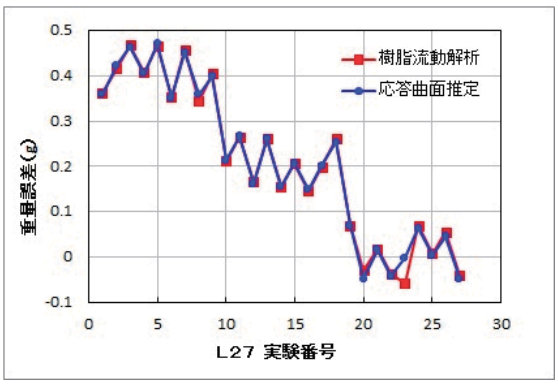

図 2　成形品重量推定値

市販の表計算ソフト等を用いて高速にデータ処理することが可能であるため，従来は適用が困難であったさまざまな最適化手法を容易に利用できるようになる．本研究では Microsoft 社 Excel のソルバー機能を用い，フィッティングパラメータの合わせ込みを行うことにした．Excel のソルバー機能は制約条件付きの最適化問題を解くためのツールであり，比較的規模の小さい数理計画問題であれば，ごく簡単な操作手順で最適解を求めることができる．

Excel のソルバー機能の設定項目において，変化させる値をパラメータ b_1，b_2，b_4，b_5 に指定し，目標値として実測値と式 (8) から得られる推定値の差が 0 に近づくよう項目を設定して演算を行った．解析結果を表 5 に示す．パラメータ b_2，b_4 は初期値設定のまま b_1，b_5 のみを若干調整するだけで誤差を最小化できるという結果が得られた．

チューニングの効果を確認するために，得られた最適値を用いて PVT 特性近似式を作成し，樹脂流動解析を実施した．表 6 に結果を示す．チューニング前は樹脂流動解析結果と成形品重量実測値との誤差が $0.2110g$ であったが，フィッティングパラメータを最適化することで誤差 $0.0105g$ に改善された．

表 5　Excel のソルバーにより求められた最適値

	b_1 $[m^3/kg]$	b_2 $[m^3/kg{\cdot}k]$	b_4 $[1/k]$	b_5 $[k]$
初期値	1.250E-03	8.750E-07	5.000E-03	450
最適値	1.262E-03	8.750E-07	5.000E-03	449

表 6　樹脂流動解析結果の比較

	初期値	最適値
成形品重量	8.0695g	7.8690g
実測値との差	0.2110g	0.0105g

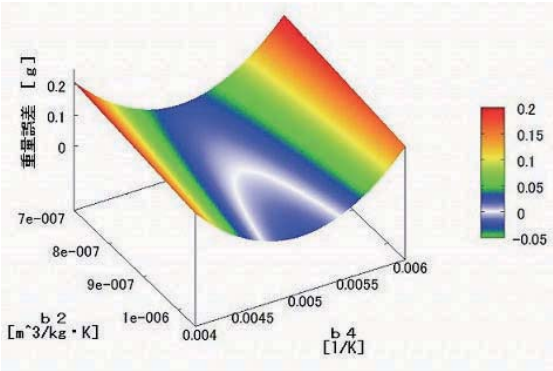

図 3　パラメータ b_2 と b_4 の応答曲面

4.3 応答の可視化

応答曲面近似法のもう一つの利点として，応答の可視化が挙げられる．得られた推定式を用いて応答曲面を作成し，因子が特性値に与える影響を視覚的に表現することができる．パラメータ b_1，b_5 を最適値に固定した状態でパラメータ b_2，b_4 を変化させたとき，特性値がどのように応答するか三次元グラフ化したものを図 3 に示す．

5. おわりに

本年度は，樹脂材料の充填状態に関わる樹脂流動解析精度を向上させるために，樹脂の圧縮性を示す状態方程式である PVT 特性のチューニング法について検討した．その結果，Chebyshev の直交多項式を用いて応答曲面推定式を作成し，Excel のソルバー機能によりフィッティングパラメータの最適化を行うことで，樹脂流動解析の成形品予測重量誤差を 0.2110g から 0.0105g に改善することができた．

さらに，作成した応答曲面推定式を用いて応答の可視化を行った．応答曲面を三次元グラフ化することで，視覚的に分かりやすく特性値の挙動を把握できるため，現象を理解する手助けになるとともに，パラメータの微調整作業においても有用なデータとして活用可能である．

今後は，更なる樹脂流動解析の精度向上を目指し，樹脂の粘度に関わる近似式のフィッティングを行う予定である．また，特性値に影響を与える因子の抽出をより効率的に行うために，フィティングパラメータのスクリーニング方法について検討を進める．

参考文献

1) 吉野睦　他，シミュレーションとＳＱＣ，日本規格協会，2009，p.40-42.
2) 轟章，応答曲面法，http://www.todoroki-lab.net/response/responsesurface.pdf
3) 大塚裕俊　他，高硬度金型材のエンドミル加工（第６報），平成 14 年度大分県産業科学技術センター研究報告，2002，p.57-62.
4) 柏村孝義　他，実験計画法による非線形問題の最適化，朝倉書店，1998，p.119-124.
5) 田口玄一，第３版　実験計画法　上，丸善，1976，p.48-50.
6) 宮川雅巳，実験計画法特論，日科技連出版社，2006，p.55-66.